

数量关系

代入排除

范围
看选项 选项为一组数、可转化为一组数
剩两项 只剩两项时，代一项即得答案

方法
优先排除 尾数、奇偶、倍数
直接代入 最值、好算

倍数特性

基础
若 $A=B \times C$ ，则A能被B或C整除 前提：B/C均为整数
口诀 3/9/5/4是重点

判定
因式分解 $45 = 5 \times 9 = 3 \times 15$
拆分 普遍适用
分解时必须互质

余数型
若答案 $= ax + b$ ，则答案 $- b$ 能被 a 整除
若答案 $= ax + b$ ，则答案 $+ b$ 能被 a 整除
前提：a、x均为整数

比例型
若 $A/B = m/n$ ，则 A是m的倍数，B是n的倍数
A也是 $m \times n$ 的倍数
前提：A、B均为整数，m/n是最简整数比

方程法

普通方程
设x 设小不设大（避免分数）
设中间量（方便列式）
求谁设谁（避免陷阱）

不定方程
代入排除
奇偶特性 系数一奇一偶
倍数特性 系数与常数有公因子
尾数特性 系数尾数为5或0
直接代入选项

不定方程组
未知数一定是整数 消元
未知数不一定是整数 特值法（一般赋0）

工程问题

给完工时间型
先赋总量（公倍数）
再算效率 = 总量 / 时间
根据工作过程列方程

给效率比例型
先赋效率（满足比例即可）
再算总量 = 效率 * 时间
根据工作过程列方程

给具体单位型
设未知数，找等量关系列方程

其他工程
同时开始同时结束，整体分析

行程问题

普通行程
路程 = 速度 * 时间 ($S = V \times T$)
火车过桥 路程 = 车长 + 桥长

平均速度
总路程 / 总时间
等距离平均速度 = $2V_1 \times V_2 / (V_1 + V_2)$

相遇追及
相遇: $S = V \times T$ 遇
追及: $S = v \times T$ 追

多次运动
线性两端出发第n次相遇 $(2n-1)S = V \times T$
环形第n次相遇 $n \text{圈} = V \times T$
环形第n次追及 $n \text{圈} = V \times T$

顺水逆水
顺水: $S = (V_{\text{船}} + V_{\text{水}}) \times T_{\text{顺}}$
逆水: $S = (V_{\text{船}} - V_{\text{水}}) \times T_{\text{逆}}$

比例行程
S一定，V、T成反比
V一定，S、T成正比
T一定，S、V成正比

经济利润

基础经济
公式
利润 = 售价 - 进价
利润率 = 利润 / 进价
折扣 = 折后价 / 折前价
总价 = 单价 * 个数

方法
方程法、赋值法

分段计费
水电费、出租车费、税费等
分段计算、汇总求和

函数最值
识别
单价和数量此消彼长
求最大利润或售价

方法
两点式

最值问题

最值思维
特征：至多/少……
方法：和定，此消彼长，考虑最极端情况

构造数列
特征：最……最……、排名第几……最……
构造一个名次

方法
求谁设谁
反向推其他
加和求解

最不利构造
特征：至少……保证
方法：最坏的情况 + 1

容斥原理

公式
两集合 $A + B - A \cap B = \text{总数} - \text{都不}$
标准: $A + B + C - A \cap B - A \cap C - B \cap C + A \cap B \cap C = \text{总数} - \text{都不}$

三集合
非标: $A + B + C - \text{满足两项} - \text{满足三项} \times 2 = \text{总数} - \text{都不}$
常识: 满足一项 + 满足两项 + 满足三项 = 总数 - 都不

画图
①画圈圈，标数据
②从里到外，注意去重

排列组合与概率

概念
分类用加法（要么……要么……）
分步用乘法（既……又……）
有序用排列（不可互换）
无序用组合（可以互换）

题型
必须相邻 捆绑法 先捆再排
不能相邻 插空法 先排再插

正反反易: 总情况数 - 反面情况数

给情况求概率: 满足要求的情况数 / 所有的情况数

给概率求概率: 分类用加法，分步用乘法

正反反易: 1 - 反面情况概率